

逆コンボリューション演算による超音波エコーの
インパルス応答の推定

上田智章・大谷隆彦
(同志社大)

1984年1月31日

社団法人 電子通信学会

逆コンボリューション演算による超音波エコーのインパルス応答の推定

THE IMPROVEMENT OF ULTRASONIC ECHO RESOLUTION APPLYING A METHOD OF DECONVOLUTION

上田 智章

Tomoaki UEDA

大谷 隆彦*

Takuhiko OTANI

* 同志社大学工学部

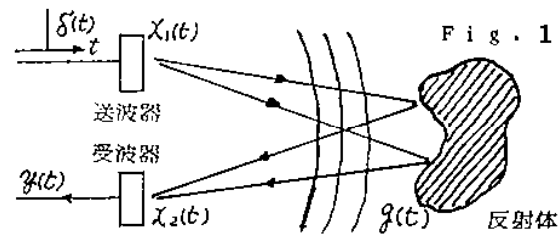
Doshisha University

1 緒 言

音響計測の方法の一つとして、パルスエコー法があげられる。パルスエコー法とは、断続的に音響パルスを送波し、反射波をとらえて遅延時間より距離を計測する方式である。音響境界をパルスエコー法によって検知する音響探査装置においては、距離分解能を向上させるために、Qの小さなトランスデューサが選択される傾向にある。これは、時間的な広がり少ないインパルス応答を持ったトランスデューサを用いたほうが、送受波用トランスデューサのインパルス応答が音響系のインパルス応答に畳み込まれた結果生じる受波信号の時間的な伸張が少なくなり、音響境界の位置推定が容易になるからである。

しかし、トランスデューサの物理的制約と媒質のもつ減衰特性のためにトランスデューサのインパルス応答の時間的な広がりほどどこまでも少なくするわけにはいかなかったため、これまでは、トランスデューサのQが装置の距離分解能を決定する要因の一つとなっていた。

ところが、近年のICや素子技術の発展に伴い、音響計測においても、デジタル信号処理が注目されるようになってきた。この傾向を反映して、信号処理によって、受波信号から、重畳している信号を分離して分解能向上を計る方策が幾つか提案されている。FFTを用いたデコンボリューション法、コンボルバを用いた逆フィルタ法、クロススペクトル法等である。これらの方策によれば、トランスデューサのQは変化させずに信号処理によって分解能向上を計ることができる。



送波用トランスデューサの送波トリガ $\delta(t)$ に対するインパルス応答を $X_1(t)$ 、音響系のインパルス応答を $g(t)$ 、受波用トランスデューサのインパルス応答を $X_2(t)$ 、受波信号を $y(t)$ とすれば、音響系に線形近似が適用でき、トランスデューサの大きさが無視できる場合には次式が成立する。

$$y(t) = \delta(t) * X_1(t) * g(t) * X_2(t) \\ = [X_1(t) * X_2(t)] * g(t) \quad (1)$$

ここで、 $\delta(t)$ はデルタ関数を、 $*$ はコンボリューション演算記号を示す。

さて、トランスデューサの空間的な大きさや指向性ひずみが無視できる場合には、送受波用トランスデューサのインパルス応答

$$X(t) = X_1(t) * X_2(t) \quad (2)$$

は、微小反射体からの反射波や、直接波を測定することにより近似的に測定することができる。従って、(1)式、(2)式より次式が成立する。

$$g(t) = \mathcal{F}^{-1} \left\{ \frac{\mathcal{F}[y(t)]}{\mathcal{F}[X(t)]} \right\} \quad (3)$$

\mathcal{F} 、 \mathcal{F}^{-1} はそれぞれフーリエ変換、逆フーリエ変換を示す。(3)式をFFTによって実現し、音響系のインパルス応答を求める方法がデコンボリューション法である。FFT演算を行なうために、時系列標本にはフレームによる制約が存在する。つまり少なくとも、 $X(t)$ については区間ABを、また、 $Y(t)$ については重畳によって伸張している部分応答の立ち上がりから立ち下がりまで(例、区間CD)を標本化しなくてはならない。これは、時系列標本に窓関数がかかり、音響系のインパルス応答推定に誤差が生じるのを妨げるためである。例において、区間CDの標本数をN、区間CDの時間幅を ΔT とすると、分解能は、 $\Delta T/N$ となるから、連続的に近接した応答が存在するときには、 ΔT を大きくとらざるをえず、1フレーム当りの標本数と演算時間等の制約のため、分解能をそれほど高くはできない事がある。

一方、(3)式より、

$$g(t) = \mathcal{F}^{-1} \left\{ \mathcal{F}[y(t)] \cdot \frac{1}{\mathcal{F}[x(t)]} \right\}$$

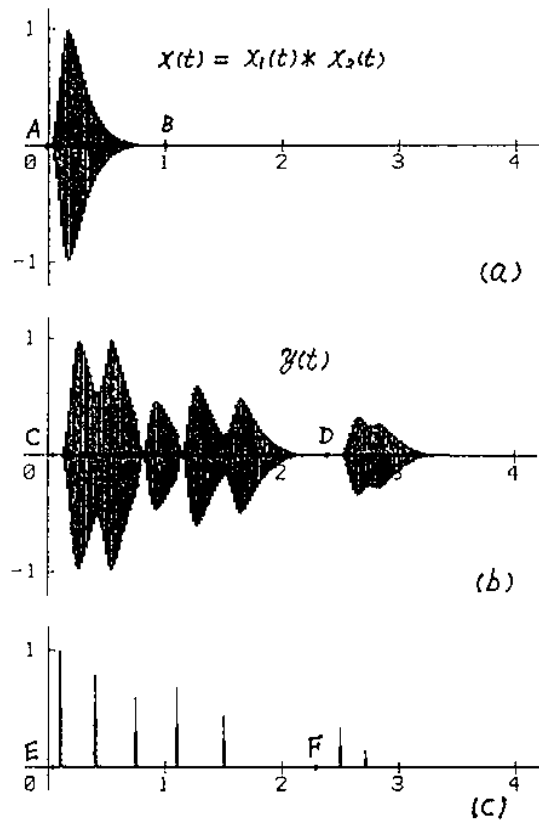
$$= y(t) * \mathcal{F}^{-1} \left\{ \frac{1}{\mathcal{F}[x(t)]} \right\} \quad (4)$$

のように変形すると、コンボルバによる逆フィルタ法のスキームが得られる。微小反射体からの希望反射波として、 $k(t)$ を考えたときの処理後の応答波形 $d(t)$ は、

$$d(t) = y(t) * \mathcal{F}^{-1} \left\{ \frac{1}{\mathcal{F}[x(t)]} \right\} * k(t) \quad (5)$$

で求まる。ここで、(5)式における $k(t)$ は、雑音を低減させるための空間フィルタとして考えることもできる。(4)式及び、(5)式において、右辺第2項以降を逆フィルタ定数として設計することにより、BBD等の素子を用いて比較的簡単にリアルタイム計測用フィルタを構成することができる。ただし、 $X(t)$ にはやはりフレームによる制約があるため、トランスデューサの応答が長く尾をひく場合にはやはり誤差を生じる事がある。

本稿では、フレームによる制約がなく、フィルタ定数の算出が容易であり、リアルタイム計測も可能であると思われる時間領域離散逆コンボリューション演算によるインパルス応答の推定法についての提案と考察を行なう。



区間ABの $x(t)$ と区間CDの $y(t)$ を用いてデコンボリューションを行なうと、区間EFのインパルス応答だけが得られる。

Fig. 2

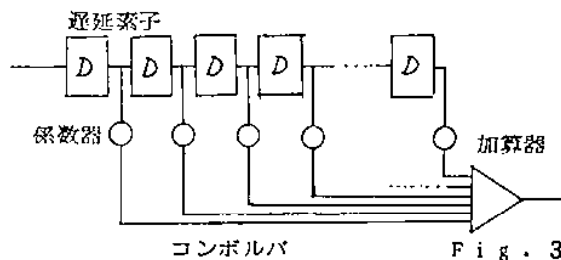
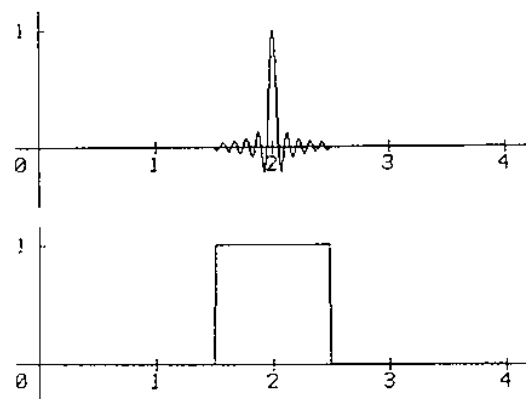


Fig. 3



[$k(t)$ の例]

Fig. 4

- a. 微小反射体からの希望反射波
- b. 雑音低減空間フィルタ

2. 原理

ある線形因果システムの入力を $x(t)$ 、出力を $y(t)$ 、系のインパルス応答を $g(t)$ とする。このとき、時刻原点 $t=0$ は、

$$\begin{aligned} x(t) &= 0 & (t < 0) \\ x(t) &\neq 0 & (t = 0) \end{aligned} \quad (6)$$

を満足する時刻にとるものとする、因果律より、

$$\begin{aligned} g(t) &= 0 & (t < 0) \\ y(t) &= 0 & (t < 0) \end{aligned} \quad (7)$$

となり、次式が成立する。

$$\begin{aligned} y(t) &= \int_{-\infty}^{\infty} x(\tau) g(t-\tau) d\tau \\ &= \int_0^t x(\tau) g(t-\tau) d\tau \quad (\because t < \tau \text{ 時 } g(t-\tau) = 0) \end{aligned}$$

$$\therefore y(t) = \int_0^t x(\tau) g(t-\tau) d\tau \quad (8)$$

このとき、 Δt ごとに標本化した $t = j \Delta t$ における $x(t)$ 、 $y(t)$ 、 $g(t)$ の時系列標本をそれぞれ x_j 、 y_j 、 g_j とすると次の離散式をうる。

$$y_j = \sum_{k=0}^j x_k g_{j-k} \Delta t \quad (9)$$

(9) 式より、

$$\begin{cases} g_0 = \frac{1}{\Delta t} \cdot \frac{y_0}{x_0} \\ g_j = \frac{1}{\Delta t} \cdot \frac{1}{x_0} \left\{ y_j - \sum_{k=1}^j x_k g_{j-k} \Delta t \right\} \end{cases} \quad (10)$$

($j = 1, 2, 3, \dots$)

が得られる。

入力 $x(t)$ が、時刻 $t > m \Delta t$ (ただし、 m は自然数) で再び $x(t) = 0$ となるような有限長パルスであるなら、(10) 式の演算は Fig. 5、Fig. 6 のような処理法によって実現できる。前者はデジタル処理に、後者はアナログ処理に適している。この処理法の特徴はその並列性にある。1 個のインパルス応答 $g(t)$ の標本推定値を得るために必要な演算時間は遅延素子 1 段、加算器 1 段と乗算器 2 段分であり、実現も比較的容易である。

また、系のインパルス応答が

$$g(t) = 0 \quad (t < n \Delta t) \quad (11)$$

を満たし、系のインパルス応答 $g(t)$ のうち、区間

$$n \Delta t \leq t \leq (n+m) \Delta t \quad (12)$$

における $(m+1)$ 個の標本推定値を求めればよいときには m 段の処理を行なうだけでよい。したがって、

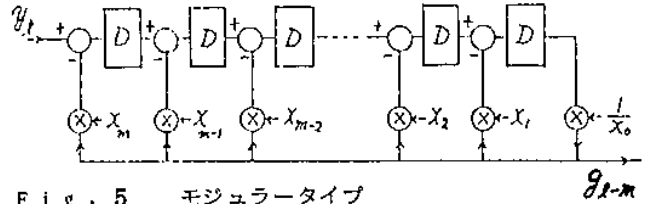


Fig. 5 モジュラータイプ

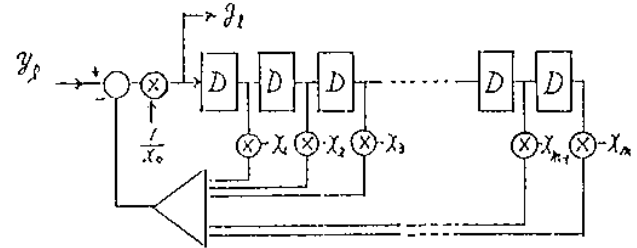


Fig. 6 シングュラータイプ

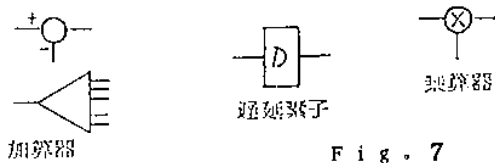


Fig. 7

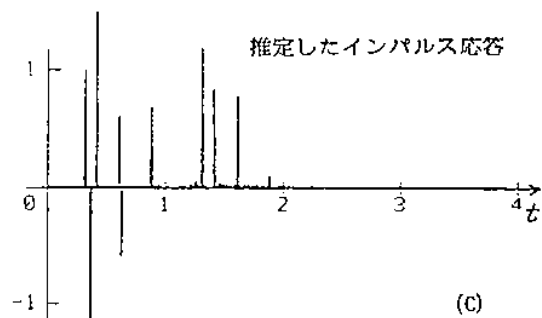
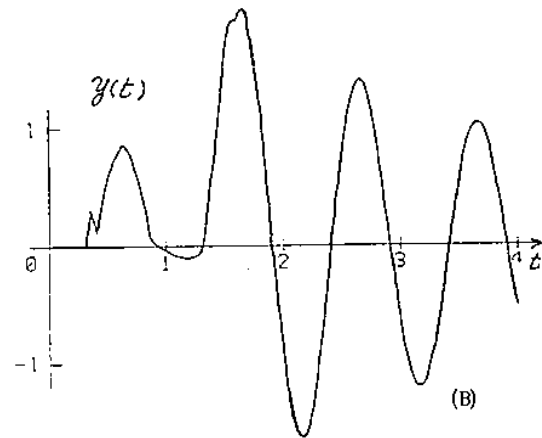
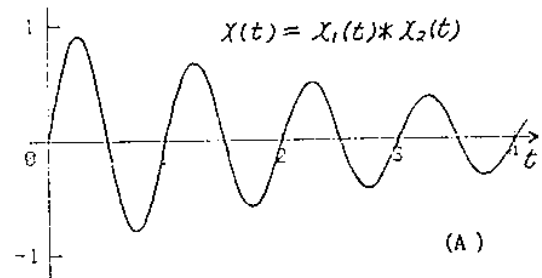


Fig. 8

トランスデューサの応答が比較的長く尾をひくような場合や、かなり遅れて応答があるときなどにハードウェアの節約をはかることができる。

(3)式より、

$$\begin{aligned} g(t+\tau) &= f(t+\tau) * g(t) \\ &= f(t+\tau) * y(t) * \mathcal{F}^{-1}\left\{\frac{1}{\mathcal{F}[x(t)]}\right\} \\ &= y(t+\tau) * \mathcal{F}^{-1}\left\{\frac{1}{\mathcal{F}[x(t)]}\right\} \quad (13) \end{aligned}$$

が成立するが、このことから、次のようなことも言える。

ウェーブメモリや記録装置を用いる場合には受波信号 $y(t)$ をすべて記録する必要はなく、時刻 τ 以前には反射波がもどってこないことが判明しているのであれば、時刻 τ から必要な時間幅だけの記録を行えばよい。この場合、推定されたインパルス応答も、時刻に関して τ だけシフトしているのである。

Fig. 8ではトランスデューサの Q が大きく、音響系のインパルス応答が短い場合について、(13)式のシフト則を用いて移動した受波信号 $y(t)$ の区間 $[0, 2]$ のインパルス応答の推定を行なったのであるが、(c)に見られるように個々の応答の分離が良好に行なえている。 $t=1$ 以降に2% (ピーク比) 程度の演算誤差が見られるが、これは逆コンボリューション演算法特有の循環誤差である。

ところで逆コンボリューション演算は、受波信号から重畳している信号を分離することを意味するから、次のような演算記号を定義することにする。

$$\begin{aligned} g(t) &= \mathcal{F}^{-1}\left\{\frac{\mathcal{F}[y(t)]}{\mathcal{F}[x(t)]}\right\} \\ &= \frac{y(t)}{x(t)} \quad (14) \end{aligned}$$

(14)式の右辺の分子は、

$$y(t) = g(t) * x(t) \quad (15)$$

であることを考えると、(14)式の右辺は、

$$\frac{y(t)}{x(t)} = \frac{g(t) * x(t)}{x(t)} = g(t) \quad (16)$$

となり、あたかも分数における約分のごとくに取り扱うことができる。

この記号を用いて、音響系のステップ応答 $h(t)$ を求めるためのスキームを得ることができ、それを以下に示す。

$$\begin{aligned} h(t) &= \int_0^t g(\tau) d\tau = g(t) * u(t) \\ &= \frac{g(t) * u(t) * x(t)}{x'(t)} = \frac{g(t) * x(t)}{x'(t)} \end{aligned}$$

$$\therefore h(t) = \frac{y(t)}{x'(t)} \quad (17)$$

ここに、 $u(t)$ は単位関数であり、次の性質を有する。

$$u(t) = \begin{cases} 0 & : t < 0 \\ 0.5 & : t = 0 \\ 1 & : t > 0 \end{cases} \quad (18)$$

(17)式から、Fig. 5、Fig. 6の逆コンボリューションフィルタの乗算係数を $x(t)$ の微分に置き換えるだけでステップ応答の推定ができることがわかる。

さて、音響探査装置で逆コンボリューションフィルタを用いて、インパルス応答やステップ応答を求めた場合に、これらがどの物理量を計測したことになるかを考える。一般に $x(t)$ も、 $y(t)$ も音圧波形を得ることになるので (Fig. 1)、インパルス応答は音圧応答である。また、音波の速度ポテンシャル $\phi(t)$ と音圧 $p(t)$ の関係は、

$$p(t) = \rho \cdot \frac{\partial \phi}{\partial t} \quad (19)$$

であるので、ステップ応答波形は音波の速度ポテンシャルのインパルス応答に比例することになる。ここで、 ρ は媒質の密度である。

パルスエコー法で計測結果を視覚化する必要があるときがあるが、このとき、音響境界からの反射の有無は速度ポテンシャルのインパルス応答の有無によって判別することができるので、ステップ応答波形の計測は計測結果の視覚化のため必要となるのである。さらに、ステップ応答波形はインパルス応答波形の積分であるので、ノイズに対して影響されにくい。

3. シミュレーション

逆コンボリューション演算におけるノイズの影響を調べるために、回折波に関するシミュレーションを行なった。回折モデルは、無限大バップル面上の円形開口とした。

a. みこみ角の定義

Fig. 9において、点 P' からの距離が x [m] であるピストン振動面上の点の集合が n 個の円弧からなるとき、 i 番目の円弧に対する中心角を θ (

x) とすれば、みこみ角 $\theta(x)$ は次式により定義される。

$$\theta(x) = \sum_{i=1}^n \theta_i(x) \quad (20)$$

$$0 \leq \theta(x) \leq 2\pi \quad (21)$$

b. 音波の速度ポテンシャル

無限大バツフル面上の開口部形状を Fig. 10 のように定義し、バツフル面の裏側から面に垂直に平面波が入射するものとする。このとき、みこみ角 $\theta(x)$ は次式により与えられる。

$$\theta(x) = 2 \cos^{-1} \left(\frac{b^2 + x^2 - a^2}{2bx} \right) \quad (22)$$

このみこみ角を用いると、速度ポテンシャルのインパルス応答は、

$$h(t) = \begin{cases} \frac{c}{2\pi} \theta(\sqrt{(ct)^2 - d^2}) & [t \geq \frac{d}{c}] \\ 0 & [t < \frac{d}{c}] \end{cases} \quad (23)$$

となる。また、音波の速度ポテンシャル $\phi(t)$ と音圧 $p(t)$ はそれぞれ、

$$\begin{aligned} \phi(t) &= \int_0^\infty h(\tau) \alpha(t-\tau) d\tau \\ &= h(t) * \alpha(t) \end{aligned} \quad (24)$$

$$p(t) = h(t) * \rho \frac{\partial \alpha(t)}{\partial t} \quad (25)$$

となる。ここに、

- a : 円形ピストンの半径
- b : 円形ピストンの中心と P' との距離
- d : 観測点 P とバツフル平面との距離
- $\alpha(t)$: ピストン振動速度
- ρ : 媒質の密度
- c : 音の伝搬速度

である。

上式の結果に従って、音波の速度ポテンシャル $\phi(t)$ と音圧 $p(t)$ を円形ピストンの半径を 5 cm、観測点 P とバツフル平面との距離を 50 cm として、円形ピストンの中心と P' との距離を変化させて求めたのが Fig. 12、Fig. 13 である。なお、ピストン振動速度は正弦波一波 (パルス幅 20 μ sec) を仮定した。

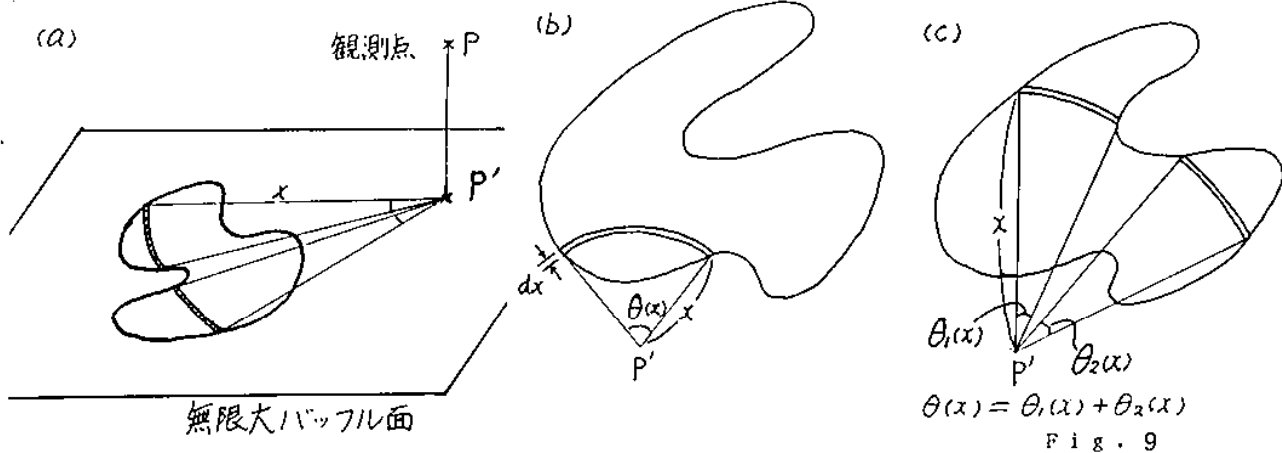


Fig. 9

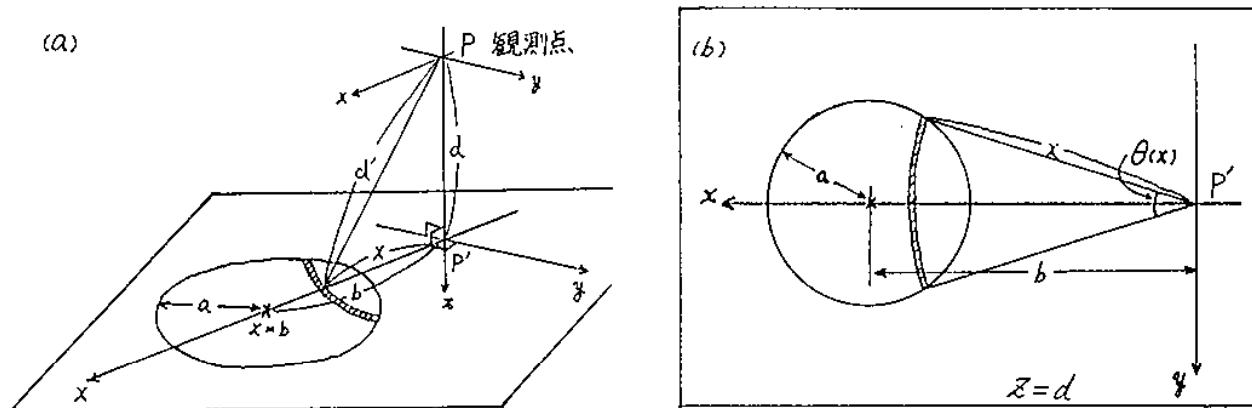
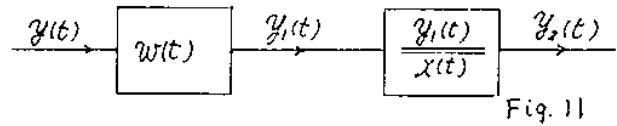


Fig. 10

なお、こうして得られた音圧波形 $p(t)$ [Fig. 13] から逆コンポリューションフィルタによるステップ応答 (速度ポテンシャル応答) $h(t)$ の推定は誤差なく行なうことができたが、これは音圧波形 $p(t)$ にノイズが含まれていないからである。受波信号にノイズが含まれておりノイズが元の送波信号と無相関である場合には、逆コンポリューションフィルタの循環誤差の累積のためにノイズ成分は増幅されてしまう。かえって分解能をおとしてしまい音響境界の位置が判別不能となることもある。

元の送波信号と無相関なノイズ成分が含まれる場合に雑音低減を計る最も有効な方法は加算平均法である。この方法は分解能をおとさなくてすむ反面、計測時間は長くなってしまふ欠点がある。次に考えられるのが、移動平均や窓関数による空間フィルタによるノイズの平滑化である。この方法は分解能をおとす代わりにリアルタイム計測が可能である。ただし、速度ポテンシ

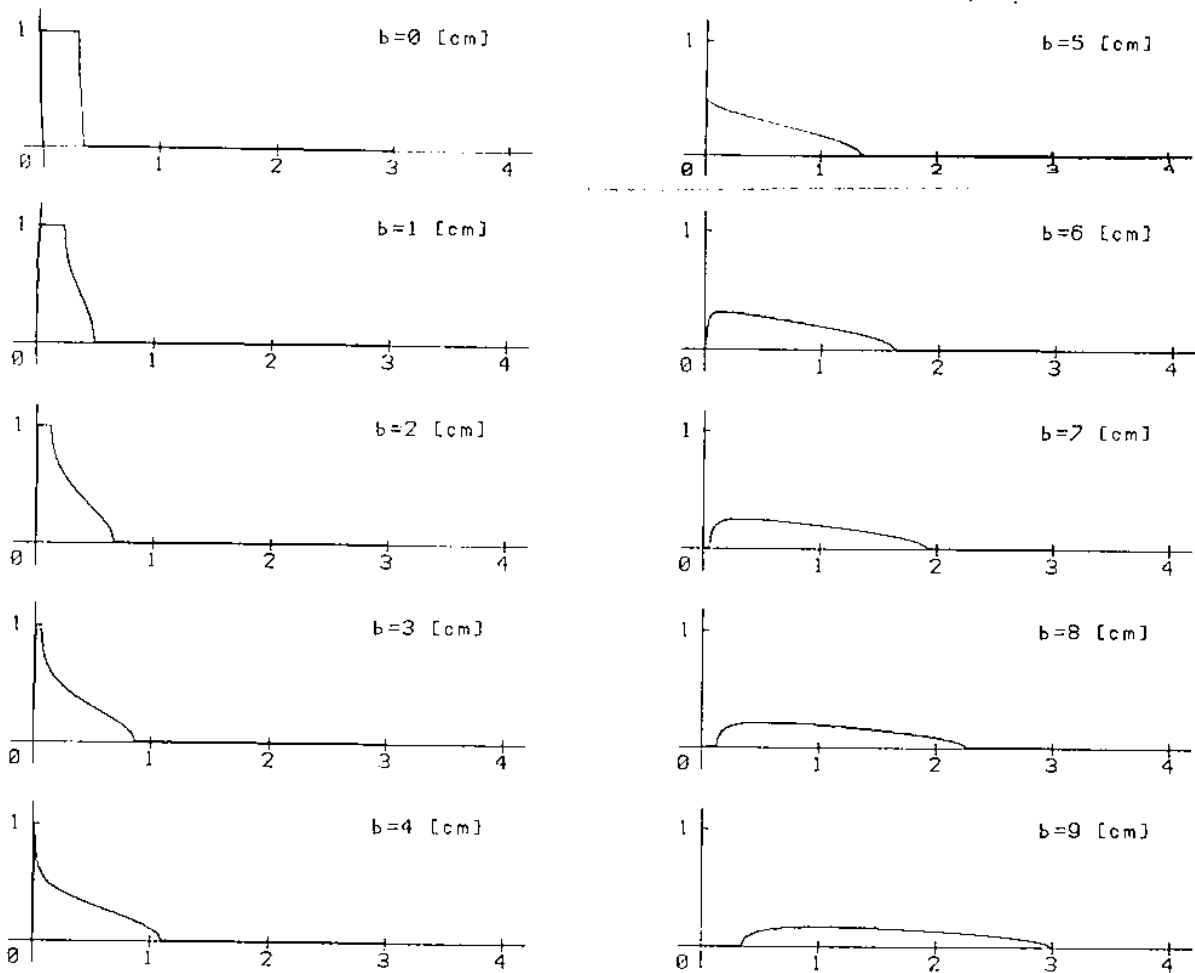


ル応答のように前後の時系列データに相関がある場合や窓関数の種類によっては、分解能をそれほどおとさずに計測することが可能である。Fig. 11は原理図である。 $n(t)$ をホワイトノイズとすると次式が成立する。

$$y(t) = g(t) * x(t) + n(t) \quad (26)$$

$$\begin{aligned} y_1(t) &= w(t) * y(t) \\ &= w(t) * [g(t) * x(t) + n(t)] \\ &= g(t) * w(t) * x(t) + w(t) * n(t) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} y_2(t) &= \frac{y_1(t)}{x(t)} = \frac{g(t) * w(t) * x(t) + w(t) * n(t)}{x(t)} \\ &= g(t) * w(t) + \frac{w(t) * n(t)}{x(t)} \quad (27) \end{aligned}$$



速度ポテンシャル $\phi(t)$ $a = 5 \text{ cm}, d = 50 \text{ cm}, \text{time } 20 \mu\text{s/div}$ Fig.12

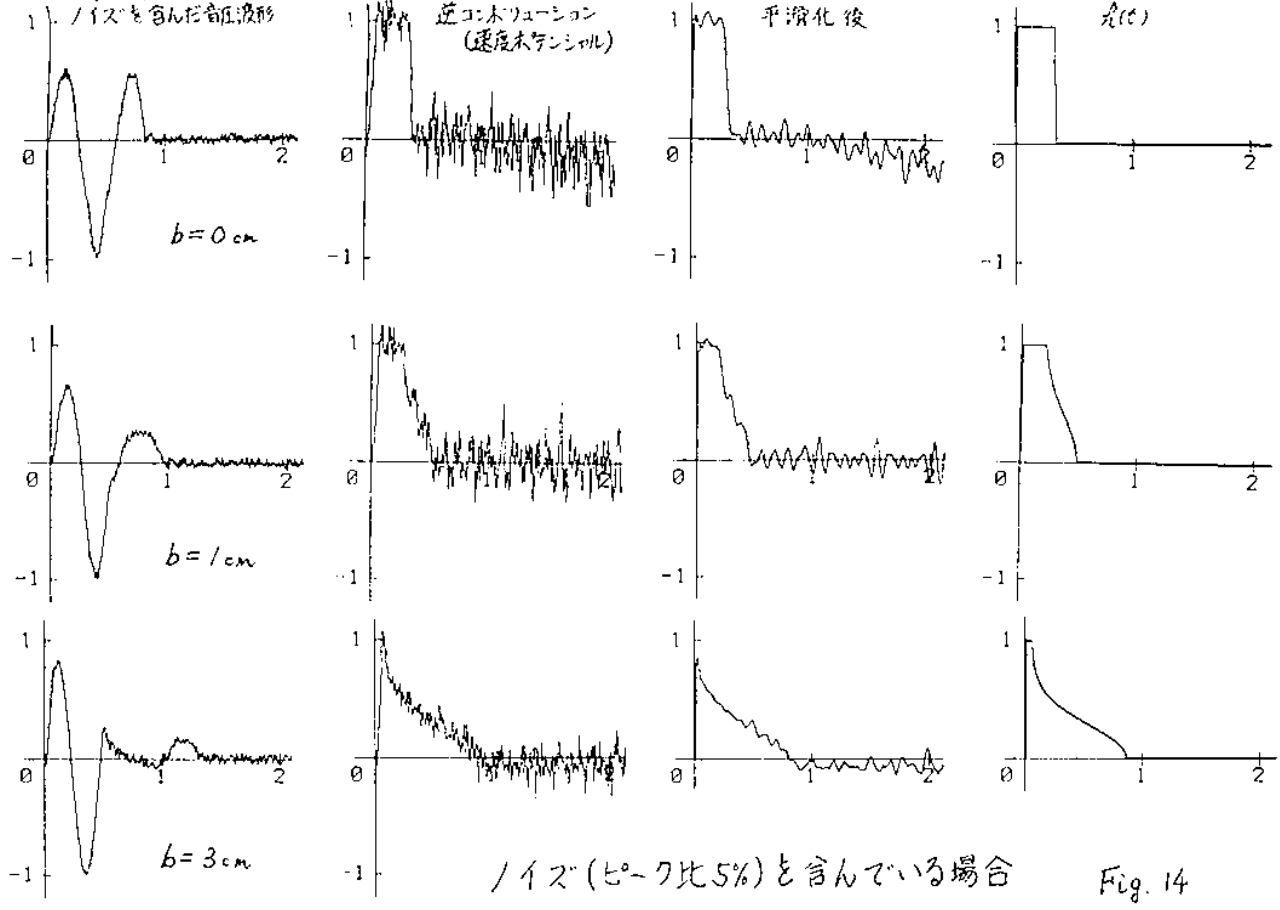
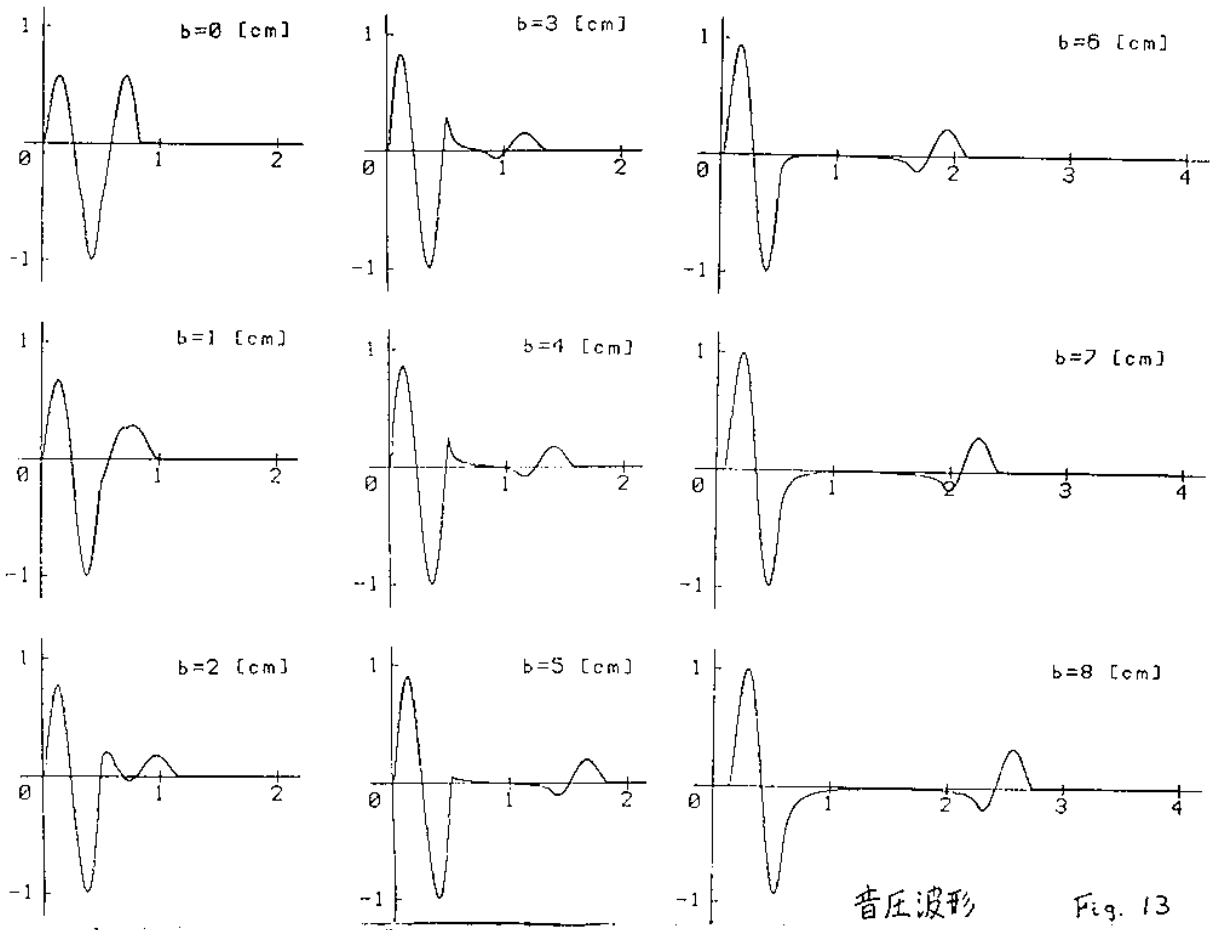


Fig. 14は、受波信号にピーク比で5%のホワイトノイズが含まれている場合について逆コンボリューションを行なった例である。窓幅が5標本の矩形窓を用いた。右端のノイズなしの状態と比べても速度ポテンシャル応答はあまり変形しておらず、音響境界の位置判別は十分可能である。

4. 結 言

時系列逆コンボリューション演算法は他の方策に比べるとノイズに対してはあまり強くないが、リアルタイム計測には適しており構成も簡単であるので、測定対象が移動している場合にその対象までの最短距離を測定するのに適していると思われる。また、フレームによる制限がなく、フィルタ係数の算出も容易である。線形予測法と共に用いて、残響音の分離が行なえるかどうかは今後の課題である。

文 献

- (1) 望月ら [アロカ] s. 58 3 音響学会
- (2) 山越ら [長岡技] s. 57 3 音響学会
- (3) 野戸ら [東北大] s. 57 3 音響学会
- (4) 山田ら [豊橋技] s. 58 10 音響学会